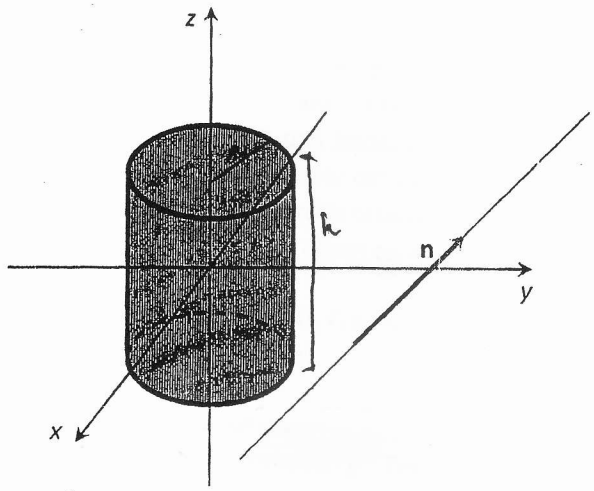
UJIAN AKHIR SEMESTER GASAL 2011/2012
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA

Mata Kuliah : Mekanika Analitik.
Dosen : Muhammad Farchani Rosyid
Waktu : 120 menit (mandiri, boleh membuka buku, laptop, kalkulator)

1. Perhatikan gambar. Sebuah silinder pejal bermassa M dengan jari-jari a dan tinggi h diletakkan sedemikian rupa sehingga sumbu silinder tersebut berimpit dengan sumbu-Z suatu sistem koordinat kartesius, sedangkan pusat silinder tersebut barada tepat di titik pangkal koordinat. Jika kerapatan massa silinder itu merata, tentukan momen kelembaman (inersia) silinder itu relatif terhadap sumbu putar yang searah dengan vektor $\mathbf{n} = 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ dan melalui titik (0,2,0).



2. Dari pengamatan diperoleh bahwa jarak terdekat antara dua buah bintang dalam suatu sistem ganda adalah 4 SA dan jarak terjauh antara keduanya adalah 10 SA. Dari pengamatan didapatkan juga bahwa selang waktu dari saat kedua bintang itu berada pada jarak paling dekat sampai saat keduanya terpisah oleh jarak paling jauh adalah 2 tahun. Sementara pengamatan terhadap salah satu bintang menunjukkan bahwa bintang itu mengorbit pada sebuah elips dengan setengah sumbu panjang 7/4 SA dan setengah sumbu pendek $\sqrt{40}/4$ SA. Hitunglah massa kedua bintang tersebut.

Sebagai catatan:

1 SA = 150 juta kilometer, adalah jarak Bumi ke Matahari. Jika jarak dinyatakan dalam SA dan waktu dalam tahun, maka tetapan umum gravitasi G memenuhi persamaan $G = 4\pi^2/M_\odot$, dengan $M_\odot$ adalah massa Matahari dan, secara umum, Hukum Ketiga Kepler dapat ditulis sebagai

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{M}{M_\odot},$$

jika potensial kepler diberikan oleh

$$V = -\frac{GMm}{r} = -\frac{4\pi^2 Mm}{M_\odot r}.$$

kecepatan diket. v

$r_1 = \frac{1}{2\pi} v_1 T = 1\,AU$

$r_2 = \frac{1}{2\pi} v_2 T = 4\,AU$

$a = r_1 + r_2 = 5\,AU$

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$

$\frac{m_2}{m_1} = \left|\frac{v_1}{v_2}\right| = \frac{1}{4}$